数学班

# MINTY数

# の

# 探求

池田晴香　武田侑純　成田皓城　三浦央暉　安田実生

指導教員　田中武夫

## ●はじめに

　ラマヌジャンというインドの数学者によって生み出された数である「タクシー数」からヒントを得て、私たちはそれをもとに「MINTY 数」という数を作った。そしてその数の法則性などを調べて研究を進めることにした。

### ◎タクシー数と MINTY 数

**・タクシー数**

$$\mathrm{Ta(n)} = x^3 + y^3 = a^3 + b^3 = m^3 + n^3 = \cdots$$

「二つの立方数の和として n 通りに表される最小の正の整数 Ta(n)」

例）$\mathrm{Ta(2)} = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3 = 1729$

先述の通り、タクシー数とはインドの数学者であるラマヌジャンと、イギリスの数学者であったハーディによって作りだされた数である。規則性はないといわれている。名前はラマヌジャンが入院している病院をハーディが訪れた時に乗ったタクシーのナンバーが「1729」であり、この「1729」が「二つの立方数の和として 2 通りに表される最小の正の整数」すなわち「Ta(2)」となっていたことが由来している。

# ●MINTY 数

$$\mathbf{M(n)} = \boldsymbol{x^2 + y^2 = a^2 + b^2 = m^2 + n^2 = \cdots}$$

**「二つの平方数の和として n 通りに表される最小の正の整数 M(n)」**

※ただし$x, y, a, b, m, n$は正の整数

例）

$$\mathbf{M(1) = 1^2 + 1^2 = 2}$$

$$\mathbf{M(2) = 1^2 + 7^2 = 5^2 + 5^2 = 50}$$

$$\mathbf{M(3) = 1^2 + 18^2 = 6^2 + 15^2 = 10^2 + 15^2 = 325}$$

## ●研究の目的

私たちの数学の先生の車のナンバーが、タクシー数として有名な「1729」であることからタクシー数に興味を惹かれた。しかし、タクシー数は立方数であるため数値が大きくなりやすく、その計算処理が困難になってしまうことを懸念して、立方数の代わりに平方数を用いた。そうして作った数が上記に示したMINTY 数であり、タクシー数に見られない規則性が MINTY 数には見られるかどうかなどを調べた。

余談だが MINTY 数の名前は数学班メンバーの名字のイニシャルを並べてできた、「minty」という英単語を採用したのが由来である。またこの「minty」という単語には「ミントの香りの」という意味がある。(ただし MINTY 数が本当にミントのようにさわやかな数であるとは断定できない。)

## ●実験方法①

・Google スプレッドシートの縦の列と横の行に $1^2$ から $200^2$ まで並べ、縦の列と横の行の和を表示させる
・重複する数があるセルに、重複する個数に応じて色分けする

| | 自然数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 自然数 | 平方 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 |
| 1 | 1 | 2 | 5 | 10 | 17 | 26 | 37 | 50 | 65 | 82 | 101 | 122 | 145 | 170 | 197 | 226 | 257 | 290 | 325 |
| 2 | 4 | | 8 | 13 | 20 | 29 | 40 | 53 | 68 | 85 | 104 | 125 | 148 | 173 | 200 | 229 | 260 | 293 | 328 |
| 3 | 9 | | | 18 | 25 | 34 | 45 | 58 | 73 | 90 | 109 | 130 | 153 | 178 | 205 | 234 | 265 | 298 | 333 |
| 4 | 16 | | | | 32 | 41 | 52 | 65 | 80 | 97 | 116 | 137 | 160 | 185 | 212 | 241 | 272 | 305 | 340 |
| 5 | 25 | | | | | 50 | 61 | 74 | 89 | 106 | 125 | 146 | 169 | 194 | 221 | 250 | 281 | 314 | 349 |
| 6 | 36 | | | | | | 72 | 85 | 100 | 117 | 136 | 157 | 180 | 205 | 232 | 261 | 292 | 325 | 360 |
| 7 | 49 | | | | | | | 98 | 113 | 130 | 149 | 170 | 193 | 218 | 245 | 274 | 305 | 338 | 373 |
| 8 | 64 | | | | | | | | 128 | 145 | 164 | 185 | 208 | 233 | 260 | 289 | 320 | 353 | 388 |
| 9 | 81 | | | | | | | | | 162 | 181 | 202 | 225 | 250 | 277 | 306 | 337 | 370 | 405 |
| 10 | 100 | | | | | | | | | | 200 | 221 | 244 | 269 | 296 | 325 | 356 | 389 | 424 |

## ●結果と考察①

### ○結果

$$\mathbf{M(1)=2,\ M(2)=50,\ M(3)=325,\ M(4)=1105,\ M(5)=8125,\ M(6)=5525,\ M(8)=27625}$$

### ○考察

$\boldsymbol{M(1)<M(2)<M(3)<\underline{M(4)<M(6)<M(5)<M(8)}}$となっているため、

MINTY 数に単純増加の規則性は見られない

## ●実験方法②

　効率化を図り、プログラムを使って MINTY 数を見つけることにした。
プログラミング言語 Python を使用し以下のプログラムを作成

### ・MINTY 数を見つけるプログラム

```
import math
import time

n=25000000

minty = {0:0}
start = time.time()

for r in range(1,n):

    rad = int(math.sqrt(r/2))
    count =0

    for x in range(1,rad+1):
        ytem = math.sqrt(r-x**2)
        if int(ytem) == ytem :
            count += 1

    if r % 1000000 == 0 :
        print('****** {0} ******'.format(r))
    if not count in minty.keys():
        print('{1:2}番目のMinty数を発見！　ーーー＞　{0:8}'.format(r,count))
        minty[count]=1
    else:
        minty[count]+=1

print('¥n')

for u,v in sorted(minty.items()):
    print('{0:2}個の交点は{1:8}パターン'.format(u,v))
elapsed_time = time.time() - start
print ("elapsed_time:{0}[sec]".format(elapsed_time))
```

### ・平方数をつくる和の組み合わせを見つけるプログラム

```
import collections

minty={}
num=500

for i in range(1,num):
  for j in range(i,num):
    com=i**2+j**2
    minty[(i,j)]=com

count=0
for c in collections.Counter(minty.values()).most_common():
  if c[0]==5525:
    keys=[k for k,v in minty.items()if v == c[0]]
    print('({0:9},{1:3})-'.format(c[0],c[1])+str(keys))
```

```
(     5525,  6)-[(7, 74), (14, 73), (22, 71), (25, 70), (41, 62), (50, 55)]
```

## ●結果と考察②

### ○結果

**M(7)=105625, M(9)=71825, M(10)=138125,**

**M(11)=5281250, M(12)=160225,**

**M(13)=12211025, M(14)=2442050,**

**M(15)=1795625, M(16)=801125,**

**M(18)=2082925, M(20)=4005625,**

**M(24)=5928325, M(32)=29641625**

※実験①で既出の MINTY 数は省略

### ○考察

**・M(2)を除くすべての MINTY 数は 5 の倍数(4 で割ると 1 または 2 余る数)ではないか**

⇒まだ証明には至っていないが、十分に期待される性質である。

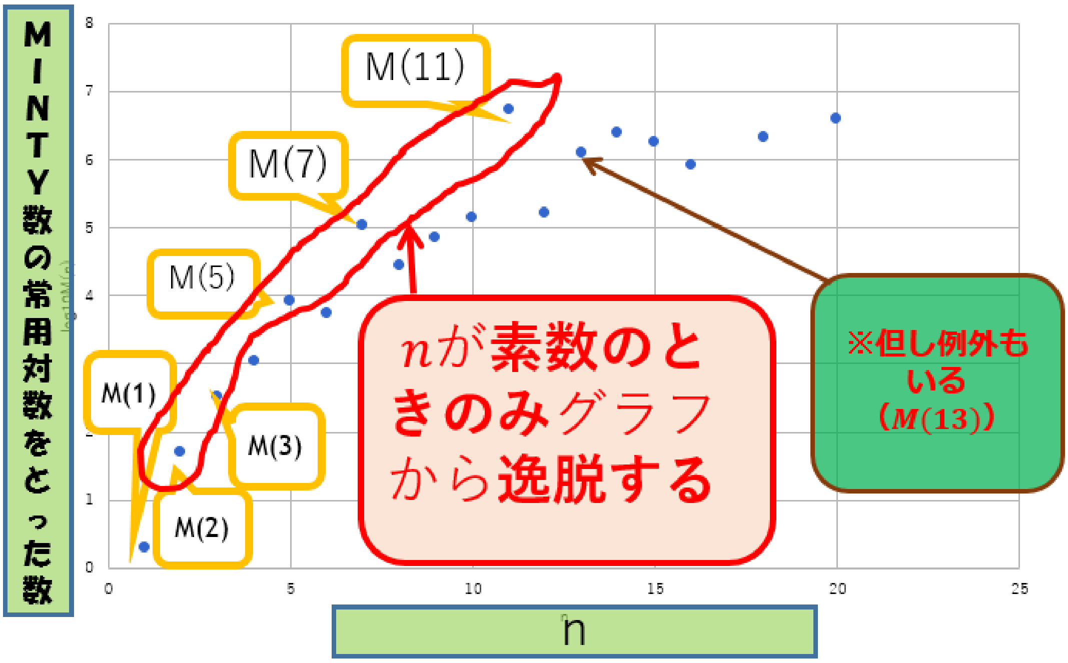
**・ｎの値が素数のときに MINTY 数の値が急激に大きくなる**

⇒実験③へ

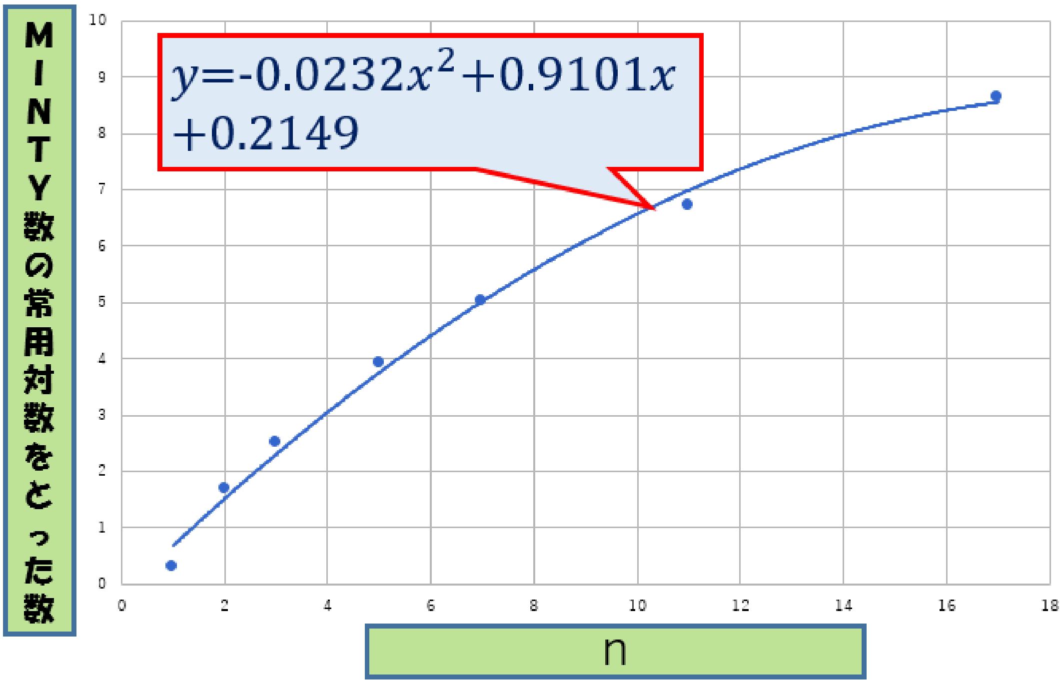
●実験方法③

以下のグラフを作成し、MINTY 数の値の変化の様子を考察した。

・MINTY 数の 10 を底とする対数(常用対数)をとった数を縦軸、n の値を横軸にとったグラフ




・例外となった M(13)を除いたグラフ(近似曲線付き)



## ●結果と考察③

・ｎの値が素数のときだけグラフのおおよその線から外れ、二次関数のようなグラフを描く。ただし M(13)はその曲線から逸脱している。

・この先も素数の$n$のときの$\boldsymbol{M(n)}$が近似曲線どおりに単調に変化するならば、比較的簡単に$M(17)$や$M(23)$などが見つけられるかもしれないが、素数であることの不安定さや、例外($M(13)$)が存在することから、はっきりと断定することはできない。

## ●今後の課題

今後は、MINTY 数と素数との関係性について詳しく調べていきたい。そのために、プログラムを用いて大きい値の MINTY 数を、より効率的に見つけたい。また、MINTY 数が５の倍数になることの証明をし、最終的には MINTY 数を一つの公式に表せるようにしていきたい。

## ●謝辞

田中武夫先生、鈴木亘先生をはじめとするご指導ご協力いただいた先生方に厚くお礼を申し上げます。

## ●参考文献

タクシー数　http://integers.hatenablog.com/entry/2016/03/01/135334

使用画像　いらすとや：http://www.irasutoya.com/?m=1

ぱくたそ：https://www.pakutaso.com