

横手高校前の渋滞をなくすには

横手高校理数科2年 令和元年度 数学1班

メンバー 高橋 慶 神原悠靖

海野智也 戸嶋将幹

指導者 武埜 章太先生

1 はじめに

ある先生が「朝の生徒の送迎で、本校の駐車場が渋滞し、よく苦情がきて困っている」と仰っていた。そこで私たちは、数学と物理をベースとする渋滞学からヒントを得て、「駐車場の渋滞の解消」を最終的な目的として研究を始めた。

2 研究目標並びに研究方針

図 1



× 引用元: Google Map

本研究では主にロータリー内の渋滞の改善を目標として、エクセル上で作成した車の動作プログラムを用いて研究する。

プログラムは次ページで説明する一次元セルオートマトン法を基盤とし、そこに我々が条件を加えたものとする。

ロータリーとは本校駐車場にある、生徒を降ろすために設置された図1のような道路のことを指す。車の進行方向は矢印の一方通行であり、図中の赤枠内でのみ生徒を降ろすことが認められている。この場所を本実験では「停車スペース」と呼ぶ。

3 セルオートマトン法(ルール184)について

セルオートマトン法(ルール184)の基本ルール

車がない状態を0、ある状態を1とする。

(ただし本実験プログラムでは車に識別番号をつけたため、車が存在していればその車の識別番号をセルに表示する。)

前に車が存在しているとき、1つ単位時間進んでもその車はその場に留まる。

前に車が存在していないとき、1単位時間進むとその車は1セル前進する。

図2 ルール184の実行例

		進行方向→																		
	t																			
時間 の 経過↓	0	1																		
	1		1																	
	2			1																
	3	2			1															
	4		2			1														
	5			2			1													
	6	3			2			1												
	7		3			2			1											
	8			3			2			1										
	9	4			3			2			1									
	10		4			3			2			1								
	11			4			3			2			1							
	12	5			4			3			2			1						
	13		5			4			3			2			1					
	14			5			4			3			2			1				
	15	6			5			4			3			2			1			
	16		6			5			4			3			2			1		
	17			6			5			4			3			2			1	
	18	7			6			5			4			3			2			1
	19		7			6			5			4			3			2		
	20			7			6			5			4			3			2	
	21	8			7			6			5			4			3			2
	22		8			7			6			5			4			3		
	23			8			7			6			5			4			3	

このルールの例を4ページに示す.

ただし図3および図4中の車の進行方向は右向き、単位時間の経過は縦方向とする.

ここで図4のように「単位時間 0 のときの停車スペース」、「単位時間0のときの停車スペースの隣」、「単位時間tのときの停車スペース」を組み合わせたT字を「基本型」とする.

図3

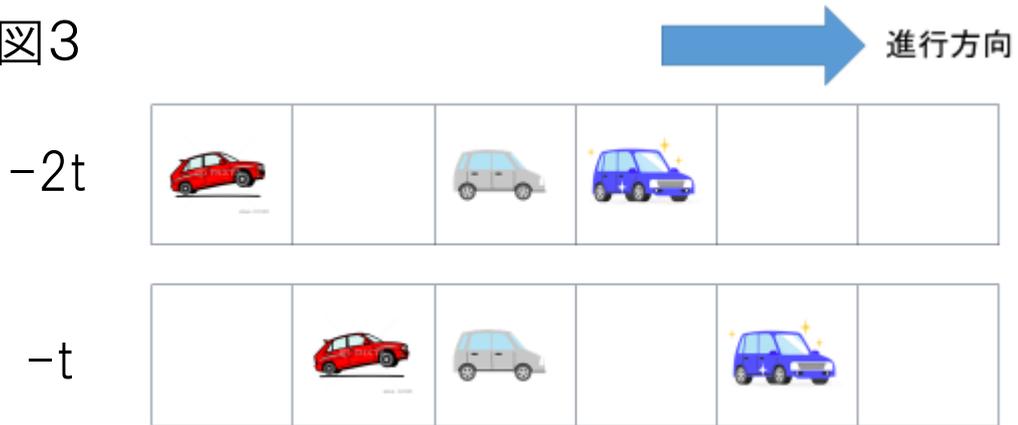
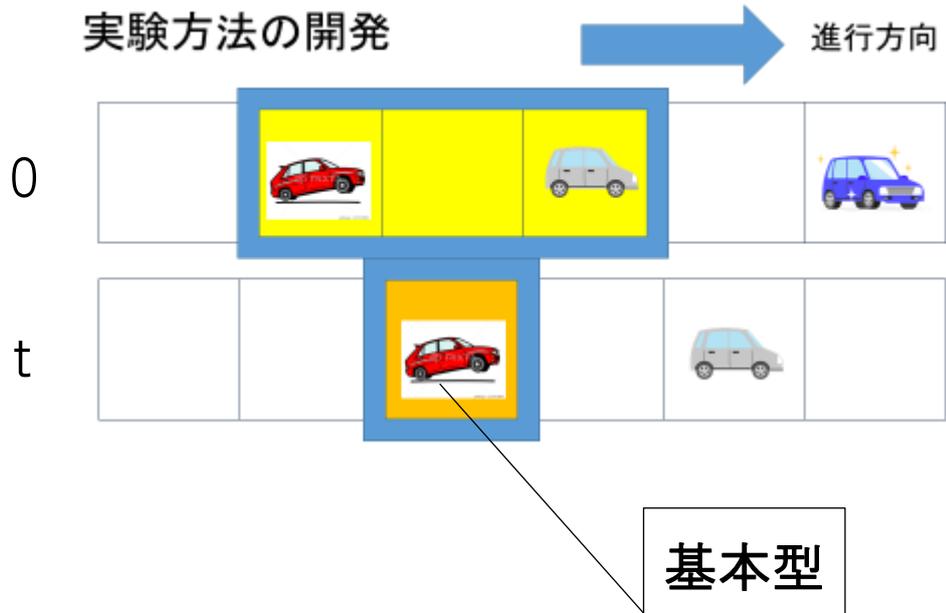


図4

実験方法の開発



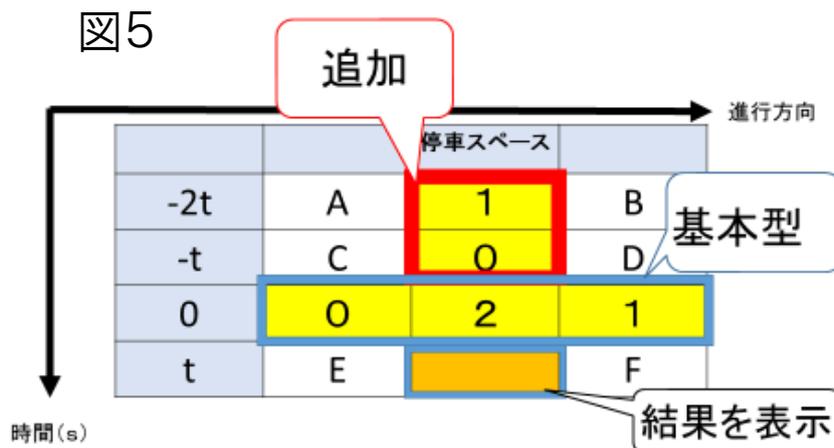
4 プログラムのルール

本実験に用いるプログラムは前ページで説明した、セルオートマトン法に加え、下記のルールを追加する。

- ・進行方向は右向き。
- ・停車スペースで車は3単位時間停止。
- ・区別するために各車に識別番号をつける。
- ・停車スペース前で2台以上車がつながった状態を「渋滞」と定義。

5 条件の追加

5-1 停車スペースについて



ルールより、過去2単位時間分の停車スペースの状況を表すセルを確認する必要がある。これと基本形を組み合わせる。ただし最終的に黄セル内の数字の並びになればよく A~F は実験対象外なため省略した。

色部分の数字の配置パターンは 2 の 5 乗で 32 通りだが、除外するものが出てくる。その例としては、図6のようなものがある。

除外すべきパターン例

図6

		停車スペース	
-2t		0	本来なら1になるはず
-t		1	
0	2	0	0
t			

除外すべきパターン→10通り

⇒

考えるべきパターン→22通り

この図の丸からは停車スペースで車が三単位時間停車するというルールが無視されていることが分かる。

このようなものを除外していくと考えるべきパターンは全 22 通り。

5-2 停車スペースの両隣の列について

ここで、停車スペースに特殊なプログラムを組み込んだため、この列の両隣の列について再検討する必要が出てきた。停車スペースの左隣の列については、この列は停車スペースで車が止まっても、その影響を受けないので、この列はルール 184 をそのまま使用することができる。

図7・8 停車スペースの右隣の列のプログラムの検討

図7

正 (特殊プログラム適用の場合)

	停車スペース		
-2t			
-t	2		
0	2		1
t	2		

図8

誤 (特殊プログラム不適用の場合)

	停車スペース		
-2t			
-t	2		
0	2		1
t		2	

前ページ図7および図8は、観測地点が停車スペースの右隣りの列のときを表す。

図のような状況が発生したとする。設定上のルールによってtでは車が動かず、赤丸のセルは空白でなければならない(図7)。

しかし、この列にルール 184 のままプログラムを実行すると(図8)、灰色の車は1マス進み、赤丸のセルに灰色の車が来てしまう。このとき、車が停車スペースで 3 単位時間とどまっているかを確認する必要があり、基本型に加え、 $-2t$ 及び $-t$ における停車スペースの状態を表す赤枠のセルを考慮したプログラムを作成した。

停車スペースのプログラムと同様にプログラムを検討すると、考えるべきパターンは全 24 通り。

以上をもってプログラムは完成したものとする。

図9 特殊プログラム実行例

		進行方向→										停車スペース								
t																				
時間の経過 ↓	0	1																		
	1		1																	
	2			1																
	3	2			1															
	4		2			1														
	5			2			1													
	6	3			2			1												
	7		3			2			1											
	8			3			2			1										
	9	4			3			2			1									
	10		4			3			2			1								
	11			4			3			2			1							
	12	5			4			3			2			1						
	13		5			4			3			2			1					
	14			5			4			3			2			1				
	15	6			5			4			3			2		1				
	16		6			5			4			3			2	1				
	17			6			5			4			3			2	1			
	18	7			6			5			4			3		2		1		
	19		7			6			5			4		3			2			
	20			7			6			5			4			3		2		
	21	8			7			6			5			4			3	2		
	22		8			7			6			5		4			3		2	
	23			8			7			6			5	4			3			
	24	9			8			7			6			5		4		3		
	25		9			8			7			6		5			4		3	
	26			9			8			7			6	5			4			3
	27	10			9			8			7			6	5			4		

6 仮説・実験

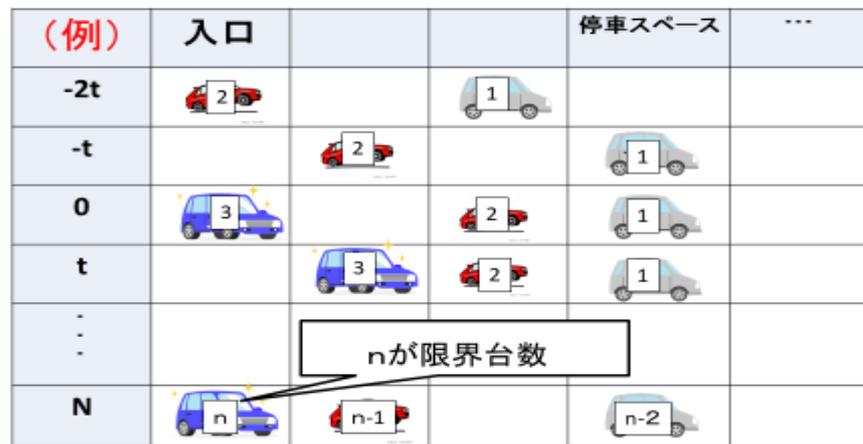
仮説

ロータリーの入口を設定し、一定期間で車をロータリーに入れたとき、入り口と停車スペースの距離を伸ばすほど、渋滞がでにくくなるのではないか。

◎実験方法

入り口と停車スペースの距離を、プログラムの左端から停車スペースのセル数とする。左端のセルには一定間隔で車を流入できるプログラムを施した。例えば、この図では2単位時間ごとに一台車が入るようになっている。停車スペースの前で渋滞が生じた場合、そのまま時間を経過させると最終的にはロータリーに入った車が、入口ですぐに渋滞に巻き込まれる。このときロータリーに入った車の識別番号を「限界台数」とし、入口と停車スペースの距離を変えたときの限界台数を求めた。（下図10参照）

図10



◎結果

図11 停車時間、流入間隔がともに3単位時間の場合

入口との間隔	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
限界台数	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28

図11は車の停車時間と車の流入間隔を3単位時間と固定して駐車場の位置を変えた時の結果である。予想通り停車スペースを入口から離すほど限界台数が増加していることがわかる。私たちは、限界台数の増加割合が一定であることに気づき、これらを式として表してみた。その結果は下の通り。

入口と停車スペースとの間隔を x (セル)、限界台数を y (台)とおくと、

$$y=2x-2$$

となり、私たちが計測した範囲では一次式に表すことができた。

さらに、停車時間および車の流入間隔を変えても関係を式化できると考え、それぞれを2~4単位時間に変更して検証を行った。その結果が図12である。これらを式化してみたところ、下の表のようになった。渋滞が発生した場合には、一つはガウス記号を使った式になったものの、すべて一次式で表すことができた。

図12 停車時間、流入時間を変えた時

		入口との間隔													
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
流入間隔-停車時間	2-2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	2-3	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	2-4	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	3-2	発生せず													
	3-3	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
	3-4	2	3	5	6	8	9	11	12	14	15	17	18	20	21
	4-2	発生せず													
	4-3	発生せず													
	4-4	2	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41

図13 式で表した結果

※入口との間隔をx(セル)、限界台数をy(台)とする

		停車時間 × t		
		2	3	4
流入間隔 × t	2	$y=x$	$y=x$	$y=x$
	3	発生せず	$y=2x-2$	$y=[3/2x-1]$
	4	発生せず	発生せず	$y=3x-4$

※ガウス記号[]は、括弧の中身を越えない最大の整数を表す

7 考察

6の仮説・検証でわかったことは次の通り.

- 予想通り、入り口と停車スペースを離すと限界台数が増加する
- 計測した範囲では1次式による表現が可能
 - ・停車時間を変更しても、流入間隔が $2t$ のときは式が一定である.
 - ・流入間隔と車の停車時間が等しいとき、 x の係数が t の係数マイナス1である
 - ・流入間隔が停車時間よりも長くなると渋滞が発生しない

今回の研究を通してロータリーにおける降車場所は入口に遠いほうが、渋滞ができにくいということがわかったが、これはあくまで理論値であり、駐車場の入り口付近のすれ違いなどについても考慮する必要もあると思った. また、計測した範囲で、渋滞を式で表すことができたので、高校前の車の実際の通過台数のデータをとることができれば、様々な条件に応じたシミュレーションを作ることができるのではないかと思う.

8 写真提供

表紙写真 [9ec2c65b02fe84267aaf6142924205b1_t](https://www.google.com/maps/@39.3379513,140.5643226,105m/data=!3m1!1e3?hl=ja)

学校ロータリー [Google Map
https://www.google.co.jp/maps/@39.3379513,140.5643226,105m/data=!3m1!1e3?hl=ja](https://www.google.com/maps/@39.3379513,140.5643226,105m/data=!3m1!1e3?hl=ja)

9 謝辞

私たちの研究の指導・助言をしてくださった、武埜 章太先生にこの場をお借りしてお礼を申し上げます。ありがとうございました。